

CHAPITRE 1

SYSTEMES OUVERTS EN REGIME STATIONNAIRE

1- Définitions

1-1 Système thermodynamique

Un **système thermodynamique** S est défini par une surface abstraite S de taille macroscopique appelée **surface de contrôle**.

On appelle V_s le volume abstrait délimité par la surface de contrôle dénommé également volume de contrôle.

1-2 Système ouvert

Le flux de matière traversant la surface de contrôle est non nul.

1-3 Système fermé

Aucune matière ne traverse la surface de contrôle.

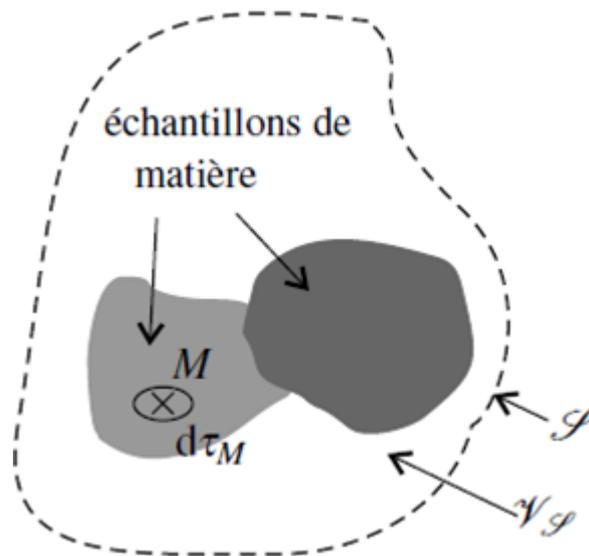


Figure 1 – Système thermodynamique S , surface de contrôle S et volume V_s .

1-4 Système mésoscopique

Un volume mésoscopique est très petit devant l'échelle macroscopique et encore très grand devant l'échelle microscopique.

1-5 Équilibre thermodynamique

Un système est à l'équilibre thermodynamique si :

- il n'y a pas de mouvement macroscopique de matière à l'intérieur du système,
- la température a une valeur uniforme dans tout le système (condition d'équilibre thermique),
- la pression a une valeur uniforme dans tout le système (condition d'équilibre mécanique)
- le potentiel chimique de chaque espèce a une valeur uniforme dans le système (condition d'équilibre de diffusion).

1-6 Fonctions d'état d'un échantillon de matière à l'équilibre

1-6-1 Paramètre d'état

L'état d'un échantillon de matière à l'équilibre est décrit par différents paramètres physiques appelés **paramètres d'état** : son volume V , sa température T , sa pression P etc.

1-6-2 Fonction d'état

À l'état d'un échantillon, on associe des **fonctions d'état** telles que : l'énergie interne U (en J), l'enthalpie $H = U + PV$ (en J) et l'entropie S (en $J.K^{-1}$).

1-6-3 Paramètre extensif

Variable dont la valeur est proportionnelle à la masse du système (par ex. masse, volume, énergie, entropie, etc.)

$$U = mu, \text{ où } u \text{ est l'énergie interne massique } u \text{ (en } J.kg^{-1}\text{)}$$

$$H = mh, \text{ où } h \text{ l'enthalpie massique (en } J.kg^{-1}\text{)}$$

$$S = ms, \text{ où } s \text{ l'entropie massique (en } J.K^{-1}.kg^{-1}\text{)}.$$

1-6-4 Paramètre intensif

Variable dont la valeur est indépendante de la quantité de matière contenue dans le système (par ex. température, pression, masse volumique, etc.).

Les grandeurs massiques ne dépendent plus de la taille de l'échantillon : elles sont **intensives**.

1-7 Équilibre thermodynamique local

L'**équilibre thermodynamique local** (ETL) est réalisé si on peut découper le système en

volumes mésoscopiques pouvant être considérés comme des systèmes à l'équilibre thermodynamique.

Les paramètres dépendent *a priori* de M et de l'instant t et sont notées $T(M, t)$ et $P(M, t)$.

1-8 Régime stationnaire

Au cours du régime stationnaire les variables sont indépendantes du temps.

2- Bilan d'énergie appliqué aux systèmes ouverts

2.1 Différentes formes d'énergie

Bien que difficile à appréhender, l'énergie est un concept fondamental de la physique. C'est un scalaire, qui se conserve lors de l'évolution d'un système.

Il existe différentes manières de classer ces formes d'énergie et l'on choisit ici de les distinguer suivant deux grandes familles :

- les énergies propres au système ;
- les énergies échangées.

2.1.1 Energies propres au système

Par définition, les énergies propres à un système thermodynamique dépendent de l'état de ce système et sont donc des fonctions d'état. On peut distinguer deux grandes familles d'énergies propres au système : l'énergie externe et l'énergie interne.

a/ Energie externe

L'énergie externe est caractérisée directement par des grandeurs observables à l'échelle macroscopique telles que la position ou la vitesse.

Les principales énergies sont l'énergie cinétique et l'énergie potentielle.

- **Énergie cinétique macroscopique**

L'énergie cinétique macroscopique E_c est associée au mouvement macroscopique de matière. Si $c(M, t)$ est la vitesse du volume mésoscopique $d\tau_M$:

L'énergie cinétique massique est : $e_c(M, t) = \frac{1}{2} c^2(M, t)$

L'énergie cinétique macroscopique du système est :

$$E_c(t) = \iiint_{M \in V_s} e_c(M, t) \mu(M, t) d\tau_M$$

où $\mu(M, t)$ désigne la masse volumique du système.

- **Énergie potentielle macroscopique extérieure**

Le système peut aussi avoir une **énergie potentielle macroscopique** $E_{p,ext}$ associée à une interaction, à l'échelle macroscopique, avec l'extérieur :

$$E_{P,ext}(t) = \iiint_{M \in V_S} e_{P,ext}(M, t) \mu(M, t) d\tau_M$$

où $e_{p,ext}(M, t)$ est l'**énergie potentielle extérieure massique**.

b/ Energie interne

L'énergie interne U est caractérisée par des grandeurs « observables » à l'échelle microscopique.

Elle est essentiellement liée à l'agitation thermique et correspond à l'énergie des particules à l'échelle microscopique : énergies de translation, de rotation, de vibration et énergie d'interaction entre particules.

La masse de $d\tau_M$ est $dm = \mu(M, t) d\tau_M$ et son énergie interne est $u(M, t)\mu(M, t) d\tau_M$, où $u(M, t)$ est l'énergie interne massique. L'énergie interne de S est ainsi :

$$U(t) = \iiint_{M \in V_S} u(M, t) \mu(M, t) d\tau_M$$

c/ Energie totale

L'énergie totale d'un système est la somme de toutes ces énergies :

$$E = U + E_p + E_c$$

Elle rend compte de l'ensemble des contributions décrites au-dessus et est donc caractéristique de l'énergie stockée par le système sous quelque forme que ce soit.

2.1.2 Energies échangées

Il existe deux principaux modes d'échange d'énergie d'un système avec l'extérieur :

- le travail ;
- la chaleur.

2.2 Entropie d'un système thermodynamique

L'**entropie** est une fonction d'état extensive et additive. L'entropie du volume mésoscopique $d\tau_M$ est $\mu(M, t)s(M, t) d\tau_M$ où $s(M, t)$ est l'entropie massique. L'entropie du système Σ est :

$$S(t) = \iiint_{M \in V_S} s(M, t) \mu(M, t) d\tau_M$$

Remarque

Leur application demande de savoir calculer l'énergie interne massique u et l'entropie massique s d'un échantillon de matière en équilibre thermodynamique dans n'importe quel état. Pour cela, on dispose de modèles théoriques simplifiés : le gaz parfait et la phase condensée incompressible et indilatable.

Pour une évaluation plus précise on utilise des diagrammes thermodynamiques réalisés à partir de mesures expérimentales et de modèles plus élaborés.

3- Système fermé

3-1 Le premier principe

3-1-1 Premier principe entre deux instants t_1 et t_2

On considère un système fermé S qui évolue dans le temps. On considère le système à deux instants successifs t_1 et $t_2 > t_1$:

Le **premier principe de la thermodynamique** pour un système fermé entre ces deux instants t_1 et t_2 s'écrit : $\Delta E = \Delta U + \Delta E_c + \Delta E_{p,ext} = W + Q$.

où W est le **travail mécanique** et Q le **transfert thermique**

3-1-2 Premier principe entre deux instants infiniment proches

t et $t + dt$

On considère un système Σ qui évolue entre deux instants infiniment proches t et $t + dt$. la durée dt est très faible devant le temps τ caractéristique de l'évolution de Σ .

Entre l'instant t et l'instant $t + dt$, l'énergie du système varie d'une quantité très faible appelée **variation infinitésimale** : $dE = E(t+dt) - E(t)$ et

$$dE = dU + dE_c + dE_{p,ext}.$$

Dans le cas où le système est un échantillon de gaz parfait ou de phase condensée idéale (indilatable et incompressible) de température T uniforme à chaque instant, on a :

$$dU = C_V dT,$$

où C_V est la capacité thermique à volume constant du système.

Le **premier principe de la thermodynamique** pour un système fermé, au cours d'une **transformation infinitésimale** entre deux instants t et $t+dt$ infiniment proches s'écrit :

$$dE = dU + dE_c + dE_{p,ext} = \delta W + \delta Q.$$

Premier principe en terme de puissances

En divisant les deux membres de la relation précédente par dt , on obtient la

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_{p,ext}}{dt} = P + \Phi$$

où P est la **puissance mécanique** reçue par le système Σ à l'instant t et on a $\delta W = Pdt$.

Φ est la **puissance thermique** ou **flux thermique** et on a $\delta Q = \Phi dt$.

P et Φ se mesurent en watts.

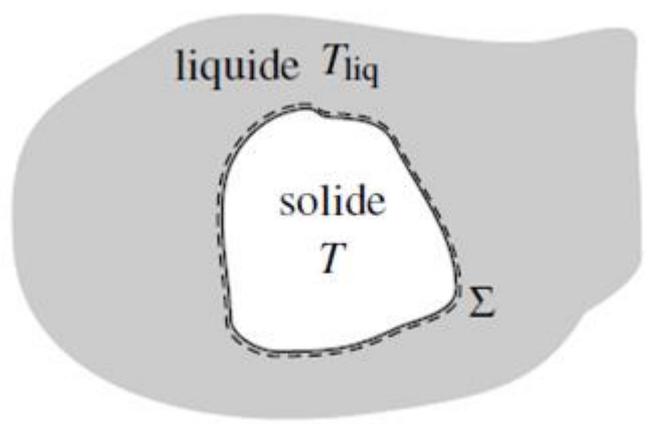
EXEMPLE : trempe d'un solide

Modélisation Un solide de volume V , constitué d'un matériau indilatable de masse volumique μ et de capacité thermique massique c , initialement à la température T_i , est plongé dans un grand volume de liquide de température T_{liq} supposée constante. Le flux thermique passant du liquide au solide est modélisé par la formule :

$$\Phi(t) = Ah(T_{liq} - T(t)) \text{ où}$$

A est l'aire de la surface du solide, h une constante et $T(t)$ la température du solide à l'instant t , température qui sera ici supposée uniforme.

- 1- Déterminer l'expression de la température $T(t)$
- 2- Déterminer la quantité de chaleur échangée avec l'extérieur.



SOLUTION

Premier principe pour le système $\Sigma = \{\text{solide}\}$ entre les instants t et $t + dt$

• La variation d'énergie interne de Σ est : $dU = C_V dT = \mu c_V dT$.

• Σ n'étant pas en mouvement, son énergie cinétique est identiquement nulle donc :

$$dE_c = 0.$$

• Σ n'étant pas en mouvement, son énergie potentielle est constante donc : $dE_{p,\text{ext}} = 0$.

• Σ étant de volume constant, le travail des forces de pression est nul ; en effet,

$$\delta W = -P_{\text{ext}} dV \text{ et } dV = 0, \text{ donc } \delta W = 0.$$

• Le transfert thermique reçu par Σ du liquide est : $\delta Q = \Phi dt = Ah(T_{\text{liq}} - T(t))dt$.

Le premier principe pour Σ entre les deux instants t et $t + dt$ s'écrit :

$$dU = C_V dT = \delta Q \quad \text{soit} \quad c_V dT = Ah(T_{\text{liq}} - T(t))dt.$$

Température $T(t)$ du solide En divisant cette équation par dt on obtient une équation différentielle vérifiée par $T(t)$:

$$\frac{\mu c_V}{Ah} \frac{dT}{dt} + T(t) = T_{\text{liq}}$$

La solution vérifiant la condition initiale $T(0) = T_i$ est :

$$T(t) = T_{\text{liq}} + (T_i - T_{\text{liq}}) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{\mu c_V}{Ah} \text{ le temps caractéristique}$$

La température finale $T(\infty) = T_{\text{liq}}$ (ce résultat était prévisible intuitivement) en une durée de l'ordre de 5 à 6 fois τ .

Premier principe pour Σ entre les instants $t_1 = 0$ et $t_2 = \infty$ Le transfert thermique reçu par Σ de la part du liquide au cours de l'expérience est :

$$Q = \int \delta Q = \int_{t=0}^{\infty} \Phi dt = \int hA(T_{\text{liq}} - T_i) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) dt = hA(T_{\text{liq}} - T_i)\tau$$

En utilisant l'expression de τ , on trouve :

$$Q = \mu c_V (T_{\text{liq}} - T_i) = C_V (T_{\text{liq}} - T_i) = C_V (T(\infty) - T(0)) = \Delta U$$

relation qui n'est autre que le premier principe pour la transformation du système entre l'instant $t_1 = 0$ et l'instant $t_2 = \infty$, transformation dans laquelle le solide passe de l'état initial de température $T(0)$ à l'état final de température $T(\infty)$.

3-2 Le second principe

3-2-1 Deuxième principe entre deux instants t_1 et t_2

Le **second principe de la thermodynamique** pour un système fermé Σ , au cours d'une **transformation finie** entre deux instants t_1 et t_2 s'écrit :

$$\Delta S = S_{\text{éch}} + S_{\text{créée}},$$

où $S_{\text{éch}}$ est l'entropie reçue par Σ et $S_{\text{créée}}$ l'entropie créée à l'intérieur de Σ entre les instants t_1 et t_2 .

$$\Delta S = S(t_2) - S(t_1) \text{ d'un système fermé } \Sigma \text{ entre deux instants successifs } t_1 \text{ et } t_2 > t_1$$

$$S_{\text{éch}} = \frac{Q}{T_S}$$

Q est l'énergie reçue par transfert thermique entre t_1 et t_2 et T_S la température de la surface du système traversée par ce transfert thermique (température supposée uniforme et constante entre les deux instants).

$$S_{\text{créée}} = 0 \text{ si la transformation est réversible}$$

$$S_{\text{créée}} > 0 \text{ si la transformation est irréversible.}$$

3-2-2 Second principe entre deux instants infiniment proches t et $t + dt$

Le **second principe de la thermodynamique** pour un système fermé, au cours d'une **transformation infinitésimale** entre deux instants t et $t + dt$ infiniment proches s'écrit :

$$dS = \delta S_{\text{éch}} + \delta S_{\text{créée}}.$$

$$\delta S_{\text{éch}} = \frac{\delta Q}{T_S}$$

$\delta S_{\text{éch}}$ et $\delta S_{\text{créée}}$ sont des quantités élémentaires, mais *ne* sont *pas* des variations infinitésimales.

EXEMPLE: trempe d'un solide : Déterminer l'entropie créée

Modélisation On reprend le modèle de la trempe d'un solide.

Second principe pour le système $\Sigma = \{\text{solide}\}$ entre les instants $t_1 = 0$ et $t_2 = \infty$

On va exprimer la variation d'entropie, l'entropie échangée et en déduire l'entropie créée.

L'entropie de Σ , dans le modèle du solide indilatable, est donnée par la formule :

$$S = C_V \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) + S_0$$

où $C_V = \mu c V$ est la capacité thermique à volume constant du solide, T la température du solide (supposée uniforme), T_0 et S_0 des constantes. Pour le système Σ entre les instants $t_1 = 0$ et $t_2 = \infty$:

• la variation d'entropie est (sachant que $T(0) = T_i$ et $T(\infty) = T_{\text{liq}}$) :

$$\Delta S = \left(C_v \ln \left(\frac{T(\infty)}{T_0} \right) + S_0 \right) - \left(C_v \ln \left(\frac{T(0)}{T_0} \right) + S_0 \right) = C_v \ln \left(\frac{T(\infty)}{T_0} \right) = C_v \ln \left(\frac{T_{\text{liq}}}{T_i} \right)$$

• l'entropie reçue est : $S_{\text{éch}} = \frac{Q}{T_s} = \frac{C_v (T_{\text{liq}} - T_i)}{T_{\text{liq}}} = C_v \left(1 - \frac{T_i}{T_{\text{liq}}} \right)$

Remarque : Dans ce calcul on a pris $T_s = T_{\text{liq}}$ parce que le système Σ est délimité par une surface à l'intérieur du liquide, très proche de la surface du solide. Σ englobe ainsi la fine couche de liquide, appelée couche limite thermique, à l'intérieur de laquelle la température locale varie de T_{liq} à $T(t)$. C'est dans cette couche qu'il y a création d'entropie.

Le second principe permet alors de calculer l'entropie créée au cours de cette transformation :

$$S_{\text{créée}} = \Delta S - S_{\text{éch}} = C_v \left(\ln \left(\frac{T_{\text{liq}}}{T_i} \right) - 1 + \frac{T_i}{T_{\text{liq}}} \right)$$

On vérifie, en traçant la courbe représentative de la fonction $f(x) = \ln x - 1 + \frac{1}{x}$, que $f(x) > 0$ si $x \neq 1$

donc l'entropie créée est strictement positive pour $T_i \neq T_{\text{liq}}$. La transformation est irréversible.

Second principe pour le système Σ entre les instants t et $t + dt$

• La variation infinitésimale d'entropie est :

$$dS = d(C_v \ln T - C_v \ln T_0 + S_0) = C_v \frac{dT}{T} = \frac{\delta Q}{T}$$

car d'après le premier principe: $\delta Q = C_v dT$.

• L'entropie reçue élémentaire est : $\delta S_{\text{éch}} = \frac{\delta Q}{T_s} = \frac{\delta Q}{T_{\text{liq}}}$

On en déduit l'entropie créée élémentaire entre les instants t et $t + dt$:

$$\delta S_{\text{créée}} = \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\text{liq}}} \right) \delta Q$$

Le transfert thermique entre le liquide et le solide s'accompagne donc de création d'entropie ($\delta S_{\text{créée}} \neq 0$) tant que la température du solide est différente de la température du liquide.

D'autre part, étant donné que : $\delta Q = \Phi dt = Ah(T_{\text{liq}} - T)dt$, il vient :

$$\delta S_{\text{créée}} = Ah \frac{(T_{\text{liq}} - T)^2}{TT_{\text{liq}}} dt$$

Ainsi, la prescription du second principe $\delta S_{\text{créée}} \geq 0$ impose que $h > 0$ (la surface A et les températures sont des grandeurs positives), c'est-à-dire que le solide *reçoit* effectivement du transfert thermique du liquide lorsque sa température est *inférieure* à celle du liquide. Le second principe impose donc le sens du transfert thermique : le système dont la température est la plus élevée donne de l'énergie au système dont la température est la plus basse.

Remarque

L'entropie créée entre $t_1 = 0$ et $t_2 = \infty$ peut s'obtenir en calculant

$$S_{\text{créée}} = \int \delta S_{\text{créée}} = \int_0^{\infty} Ah \frac{(T_i - T_{\text{liq}})^2 \exp\left(-2 \frac{t}{\tau}\right)}{\left(T_{\text{liq}} + (T_i - T_{\text{liq}}) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) T_{\text{liq}}} dt$$

Cette intégrale s'évalue avec un logiciel de calcul formel et on trouve, en utilisant la relation $Ah\tau = C_V$, le même résultat que plus haut.

4- Système ouvert en régime stationnaire

4-1 Hypothèses

On ne considérera pas de système avec plus d'une entrée ou plus d'une sortie.

L'écoulement du fluide est **unidimensionnel** : la vitesse du fluide, ainsi que toutes les grandeurs intensives qui le caractérisent (masse volumique, température, pression...) sont uniformes sur la section d'entrée, ainsi que sur la section de sortie du système.

4-1-1 Masse entrante et sortante, débits massiques

Les flux de matière entrant et sortant du système sont caractérisés par des **débits massiques**. Il y a un débit massique d'entrée $D_{m,e}$ et un débit massique de sortie $D_{m,s}$.

Par définition, la masse d_{me} entrant dans le système entre deux instants très proches t et $t + dt$ et la masse d_{ms} en sortant sont :

$$d_{me} = D_{m,e} dt \quad \text{et} \quad d_{ms} = D_{m,s} dt.$$

$D_{m,e}$ et $D_{m,s}$ se mesurent en kg s^{-1} .

4-1-2 Système ouvert en régime stationnaire

On considère des systèmes ouverts en **régime stationnaire**, toutes les caractéristiques du fluide contenu à l'intérieur du système Σ sont invariables dans le temps. Le fluide contenu dans Σ est constamment renouvelé (Σ ne contient jamais les mêmes molécules) mais *il est à chaque instant dans le même état*. En particulier, la masse de fluide contenue dans Σ est la même à tout instant. Or entre deux instants très proches t et $t + dt$, il entre dans Σ la masse $dm_e = D_{m,e}dt$ et il en sort la masse $dm_s = D_{m,s}dt$.

La masse dans Σ étant la même à l'instant t et à l'instant $t + dt$, nécessairement :

$$dm_e = dm_s \quad \text{soit} \quad D_{m,e} = D_{m,s}.$$

On définit le débit massique de fluide D_m à travers le système par : $D_m = D_{m,e} = D_{m,s}$. La masse de fluide entrant ou sortant de Σ entre deux instants très proches t et $t + dt$ est :

$$dm = D_m dt .$$

4-2 Premier principe pour un système ouvert en régime stationnaire

4-2-1 Travail utile massique et transfert thermique massique

Le fluide à l'intérieur de Σ peut recevoir de l'énergie sous forme de travail si l'élément de machine correspondant à Σ contient au moins une pièce mobile (par exemple une hélice). Il est sous forme de transfert thermique.

Entre les instants t et $t + dt$ le travail élémentaire reçu par Σ est :

$$\delta W_u = P_u dt.$$

Il est d'usage de définir le **travail utile massique** w_u par la relation :

$$\delta W_u = w_u dm ,$$

où dm est la masse de fluide qui traverse l'élément de machine entre ces mêmes instants.

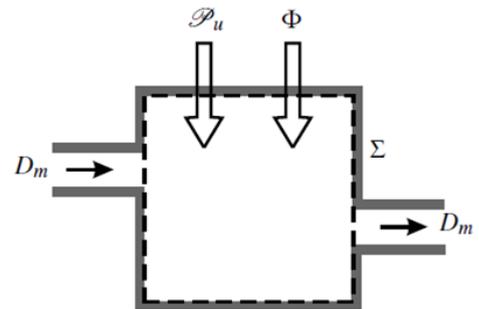
w_u s'exprime en $J \cdot kg^{-1}$. Étant donné que $dm = D_m dt$, on a :

$$w_u = \frac{P_u}{D_m}$$

a) Remarque

Le qualificatif « utile » sert à distinguer ce travail du travail des forces de pression interne au fluide

Le fluide à l'intérieur de Σ peut aussi recevoir du transfert thermique. On note Φ la puissance thermique (ou flux thermique).



En régime stationnaire cette puissance est indépendante du temps.

Entre les instants t et $t + dt$ le transfert thermique élémentaire reçu par Σ est :

$$\delta Q = \Phi dt.$$

Il est d'usage de définir le **transfert thermique massique** q par la relation :

$$\delta Q = q dm .$$

q s'exprime en $J \text{ kg}^{-1}$. Étant donné que $dm = D_m dt$, on a :

$$q = \frac{\Phi}{D_m}$$

b) Travail des forces de pression interne au fluide

Pour appliquer le premier principe au système Σ^* (système fermé) entre les instants t et $t + dt$, il faut aussi calculer le travail fourni à ce système par le fluide avec lequel il est en contact. L'action du fluide sur Σ^* est la suivante :

- le fluide situé en amont pousse le fluide de Σ^* et lui fournit un travail positif : $+P_e dV_e$ où P_e est la pression à l'entrée et dV_e le volume de fluide entrant dans Σ entre t et $t + dt$;
- le fluide situé en aval le retient et lui fournit un travail négatif : $-P_s dV_s$ où P_s est la pression à la sortie et dV_s le volume de fluide sortant de Σ entre t et $t + dt$. Ainsi, le travail des forces de pression reçu par Σ^* entre t et $t + dt$ est :

$$\delta W_{\text{pression}} = P_e dV_e - P_s dV_s = P_e v_e dm - P_s v_s dm,$$

en notant v_e et v_s les volumes massiques du fluide en entrée et en sortie respectivement.

$$\text{Finalement } \delta W_{\text{pression}} = (P_e v_e - P_s v_s) dm = -dm [Pv]_e^s$$

4-2-2 Expression du premier principe pour un système ouvert en régime stationnaire

Le premier principe pour un système ouvert, en régime stationnaire s'écrit :

$$\left[h + e_c + e_{\text{pext}} \right]_e^s = w_u + q \text{ ou } \Delta h + \Delta e_c + \Delta e_{p,\text{ext}} = w_u + q$$

Les termes de cette équation sont en $J \cdot \text{kg}^{-1}$

$$e_c = \frac{1}{2} c^2 : \text{l'énergie cinétique massique}$$

$e_{p,ext}$ l'énergie potentielle extérieure massique.

$h = u + Pv$: l'**enthalpie massique**

Δh n'est pas la variation d'enthalpie du système ouvert Σ ! C'est la variation d'enthalpie massique du fluide lorsqu'il traverse le système ouvert.

a) Remarque

Dans la majorité des applications l'énergie potentielle $e_{p,ext}$ est l'énergie de pesanteur :

$e_{p,poids} = gz$ où z est la cote le long d'un axe (Oz) vertical orienté vers le haut. Le premier principe pour un système ouvert s'écrit alors :

$$\left[h + \frac{1}{2}c^2 + gz \right]_e^s = w_u + q \quad \text{ou} \quad \Delta h + \Delta \left(\frac{1}{2}c^2 \right) + \Delta(gz) = w_u + q$$

b) Cas particuliers

Compresseur, pompe Un compresseur (resp. une pompe) est un dispositif destiné à accroître la pression d'un gaz (resp. d'un liquide). Le fluide y reçoit de la part de pièces mécaniques mobiles un travail massique $w_u > 0$. Le transfert thermique est le plus souvent négligeable ($q \approx 0$). Les variations d'énergie cinétique et potentielle de pesanteur sont négligeables ($\Delta e_c \approx 0$ et $\Delta e_{p,poids} \approx 0$). Le premier principe pour un système ouvert en régime permanent s'écrit, pour un compresseur ou une pompe :

$$\Delta h \approx w_u > 0.$$

Turbine Le fluide traversant une turbine fournit du travail à une pièce mécanique mobile : $w_u < 0$. Sa pression et sa température diminuent. Le transfert thermique est en général négligeable ($q \approx 0$), de même que la variation d'énergie potentielle de pesanteur ($\Delta e_{p,poids} \approx 0$). Le premier principe pour un système ouvert en régime permanent s'écrit, pour une turbine :

$$\Delta h + \Delta e_c \approx w_u < 0.$$

Détendeur Un détendeur est un dispositif utilisé pour abaisser la pression d'un fluide. Il s'agit d'une soupape ajustable, d'un bouchon poreux ou bien d'un tube capillaire (c'est-à-dire un tube très fin). Le fluide qui le traverse ne reçoit aucun travail ($w_u = 0$) car il n'y a pas de pièce mécanique mobile et

quasiment aucun transfert thermique ($q \approx 0$). Les variations d'énergie cinétique et potentielle de pesanteur sont négligeables ($\Delta e_c \approx 0$ et $\Delta e_{p,poids} \approx 0$). Le premier principe pour un système ouvert en régime permanent s'écrit :

$$\Delta h \approx 0 \text{ soit } h_s = h_e.$$

Tuyère Une tuyère est un conduit de section variable dont le rôle est d'accroître la vitesse d'écoulement d'un gaz. Le gaz qui la traverse ne reçoit pas de travail ($w_u = 0$, car il n'y a pas de pièce mobile), et peu de transfert thermique ($q \approx 0$). La variation d'énergie potentielle de pesanteur est négligeable ($\Delta e_{p,poids} \approx 0$). Le premier principe pour un système ouvert en régime permanent s'écrit :

$$\Delta h + \Delta e_c \approx 0 \text{ soit } c_s \approx \sqrt{c_e^2 + 2(h_s - h_e)}$$

Dans l'hypothèse où le gaz est un gaz parfait de masse molaire M et rapport des capacités thermiques

$$\gamma, \quad h = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{R}{M} T + \text{cste} \quad \text{de sorte que : } c_s = \sqrt{c_e^2 + \frac{2\gamma R}{\gamma - 1} (T_s - T_e)}$$

Évaporateur, condenseur Dans un évaporateur ou un condenseur, le fluide (un liquide, une vapeur ou un mélange liquide vapeur) ne reçoit pas de travail ($w_u = 0$). Les variations d'énergie cinétique et potentielle de pesanteur sont négligeables ($\Delta e_c \approx 0$ et $\Delta e_{p,poids} \approx 0$).

Dans un évaporateur le fluide reçoit du transfert thermique ($q > 0$) et dans un condenseur il cède du transfert thermique ($q < 0$). Le premier principe pour un système ouvert en régime permanent s'écrit :

$$\Delta h = q.$$

La variation d'enthalpie correspond, suivant le cas, à une vaporisation ou une condensation.

4-3 Second principe pour un système ouvert en régime stationnaire

4-3-1 Entropie créée par unité de masse de fluide

Dans le système Σ il peut y avoir des phénomènes irréversibles qui produisent de l'entropie : déséquilibres mécaniques, gradients thermiques, frottements... On note $\delta S_{\text{créée}}$ l'entropie élémentaire créée entre les instants t et $t + dt$ à l'intérieur de Σ . Cette création d'entropie est proportionnelle à la durée dt :

$$\delta S_{créée} = \delta \dot{S}_{créée} dt,$$

où $\dot{S}_{créée}$ est le taux de création d'entropie qui se mesure en $\text{JK}^{-1}\text{s}^{-1}$.

Le second principe de la thermodynamique impose que $\dot{S}_{créée} \geq 0$ et $\dot{S}_{créée} = 0$ s'il n'y a aucun phénomène cause d'irréversibilité dans Σ .

En régime stationnaire $\dot{S}_{créée}$ est indépendant du temps. On définit l'**entropie créée par unité de masse** $S_{créée}$ par :

$$\delta S_{créée} = s_{créée} dm,$$

où $dm = S_m dt$ est la masse de fluide traversant le système entre les instants t et $t + dt$. $s_{créée}$ se mesure en $\text{JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$. Elle est reliée au taux de création d'entropie par :

$$S_{créée} = \frac{\dot{S}_{créée}}{D_m}$$

Second principe :

- $s_{créée} \geq 0$,
- $s_{créée} = 0$ s'il ne se produit aucun phénomène irréversible à l'intérieur de Σ .

4-3-2 Entropie échangée par unité de masse de fluide

De même, l'entropie élémentaire $\delta S_{éch}$ reçue par Σ entre les instants t et $t + dt$ est proportionnelle à la durée dt :

$$\delta S_{éch} = \dot{S}_{éch} dt$$

où $\dot{S}_{éch}$ est le taux d'échange d'entropie qui se mesure en $\text{JK}^{-1}\text{s}^{-1}$.

En régime stationnaire $\dot{S}_{éch}$ est indépendant du temps et on définit l'**entropie échangée par unité de masse** $s_{éch}$ par :

$$\delta S_{éch} = s_{éch} dm.$$

$s_{éch}$ se mesure en $\text{JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$. Elle est reliée au taux d'échange d'entropie par :

$$S_{éch} = \frac{\dot{S}_{éch}}{D_m}$$

L'entropie échangée par Σ est reliée au transfert thermique δQ reçu par Σ :

$$\delta S_{éch} = \frac{\delta Q_{éch}}{T_S}$$

où T_S est la température de la surface traversée par ce transfert thermique, température supposée uniforme pour simplifier. Étant donné que $\delta Q = q dm$ et $\delta S_{éch} = s_{éch} dm$, il vient :

$$s_{éch} = \frac{q}{T_S}$$

Remarque

Dans le cas où le système Σ ne reçoit pas de transfert thermique, c'est-à-dire dans le cas où le fluide subit une transformation adiabatique : $s_{\text{éch}} = 0$.

4-3-3 Expression du deuxième principe

Le second principe pour un système ouvert, en régime stationnaire s'écrit :

$$[s]_e^s = s_{\text{éch}} + s_{\text{créée}} \quad \text{ou} \quad \Delta s = s_{\text{éch}} + s_{\text{créée}}.$$

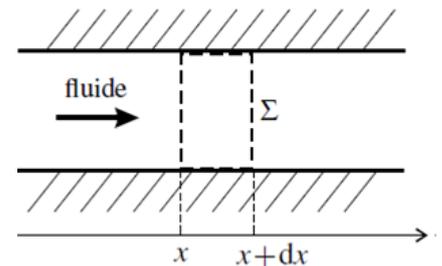
Δs n'est pas la variation d'entropie du système ouvert! C'est la variation d'entropie massique du fluide lorsqu'il traverse le système ouvert.

4-4 Premier et second principes pour un système ouvert sous forme infinitésimale

On considère un fluide s'écoulant en régime stationnaire dans une canalisation à l'intérieur d'une machine. On suppose que :

- la canalisation est localement rectiligne, parallèle à un axe (Ox),
- l'hypothèse d'équilibre thermodynamique local est vérifiée.

On considère le système ouvert Σ constitué par le fluide (différent à chaque instant) qui se trouve entre deux sections d'abscisses x et $x + dx$. Les deux principes s'appliquent à ce système sous la forme vue plus haut.



Le premier principe pour le système ouvert Σ en régime stationnaire s'écrit ainsi :

$$dh + de_c + de_{p,\text{ext}} = \delta w_u + \delta q$$

avec :

$$dh = h(x+dx) - h(x), \quad de_c = e_c(x+dx) - e_c(x), \quad de_{p,\text{ext}} = e_{p,\text{ext}}(x+dx) - e_{p,\text{ext}}(x).$$

Pour le second principe on note $ds = s(x+dx) - s(x)$ la variation d'entropie, $\delta s_{\text{éch}}$ l'entropie échangée par unité de masse de fluide et $\delta s_{\text{créée}}$ l'entropie créée par unité de masse de fluide.

Le second principe pour le système ouvert Σ en régime stationnaire s'écrit :

$$ds = \delta s_{\text{éch}} + \delta s_{\text{créée}}.$$

5 Diagramme $(\ln P, h)$ d'un fluide

Les diagrammes thermodynamiques visualisent les propriétés thermodynamiques d'un fluide et permettent d'évaluer les différentes fonctions d'état du fluide.

5.1 Principe d'un diagramme thermodynamique

L'état d'un fluide, qu'il soit monophasé (liquide seul ou vapeur seule) ou diphasé (mélange liquide– vapeur), est toujours déterminé par la valeur de *deux* paramètres ou fonctions d'état intensifs.

On peut donc représenter l'ensemble des états du fluide sur un diagramme plan avec deux grandeurs thermodynamiques intensives en abscisse et en ordonnée.

Le diagramme comporte différents réseaux de courbes : réseau de **courbes isothermes**, de **courbes isobares**, de **courbes isochores**, de **courbes isentropes** ou de **courbes isenthalpes**. Lorsqu'on a reconnu un réseau de courbes sur le diagramme, il est aisé de connaître en n'importe quel point du plan la valeur du paramètre (ou de la fonction) d'état qui lui correspond : température T , pression P , volume massique v , entropie massique s ou enthalpie massique h .

Remarque

Pour chaque fluide les diagrammes sont calculés à partir de mesures expérimentales en s'appuyant sur des modèles thermodynamiques éprouvés. Les valeurs données par un logiciel ont une précision de l'ordre de 0,1%.

5.2 Zone d'équilibre entre le liquide et le gaz et courbe isotitre

Sur le diagramme une courbe délimite la zone L+G du diagramme dans laquelle le fluide est diphasé (voir figure 1). Cette courbe est en deux parties :

- la **courbe d'ébullition** qui sépare cette zone de la zone L où le fluide est liquide,
- la **courbe de rosée** qui la sépare de la zone G où le fluide est à l'état de vapeur (ou gaz).

Ces deux courbes se rejoignent au **point critique C**.

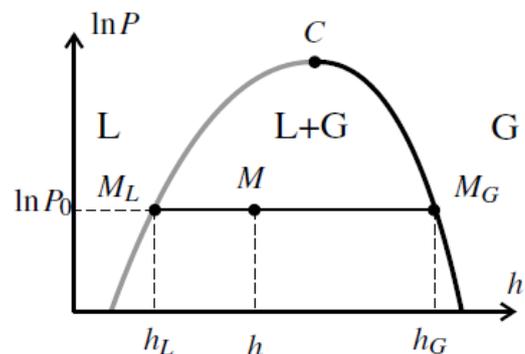


Figure 1– Zone d'équilibre entre le liquide et le gaz : en gris la courbe d'ébullition, en noir la courbe de rosée.

Sur un diagramme $(\ln P, h)$, tout segment de droite joignant un point ML de la courbe d'ébullition et un point MG de la courbe de rosée est à la fois un morceau d'une isobare, puisque la pression est portée en ordonnée, et d'une isotherme puisque l'équilibre entre le liquide et le gaz impose que :

$$T = T_{\text{eb}}(P),$$

où $T_{\text{eb}}(P)$ est la température d'ébullition à la pression P . Cette relation est équivalente à

$$P = P_{\text{sat}}(T),$$

où $P_{\text{sat}}(T)$ est la pression de vapeur saturante à la température T .

Tout point M du segment $[M_L, M_G]$ sur la figure 1 représente un mélange liquide vapeur la pression P_0 et à la température $T_0 = T_{\text{eb}}(P_0)$. Chaque point M correspond à un mélange de **titre massique en gaz** x différent. On peut relier la valeur de x à la position de M sur le segment.

L'abscisse de M_L (resp. M_G) est la valeur h_L (resp. h_G) de l'enthalpie massique pour le liquide (resp. le gaz) à la température T_0 et à la pression P_0 . Un échantillon de masse m dans l'état représenté par le point M contient une masse $(1-x)m$ de liquide et une masse xm de gaz. La fonction enthalpie étant extensive et additive, on a pour cet échantillon :

$$H = m(1-x)h_L + mxh_G, \text{ d'où } \quad \mathbf{h} = \frac{H}{m} = (1-x)h_L + xh_G$$

On en déduit que :

$$x = \frac{h - h_L}{h_G - h_L} \quad \text{soit} \quad x = \frac{M_L M}{M_L M_G}$$

Il y a deux cas particuliers importants :

- pour $M = M_L$, $x = 0$ donc le mélange est entièrement liquide, c'est le **liquide saturant** ;
- pour $M = M_G$, $x = 1$ le mélange est entièrement gazeux, c'est la **vapeur saturante**.

Remarque

Cette formule s'applique aussi dans le diagramme de Clapeyron, diagramme (P, v)

Le diagramme peut comporter des courbes **isotitres** sur lesquelles x a une valeur constante.

Ces courbes n'existent bien sûr que dans la zone L+G. Leur utilisation dispense alors d'appliquer la formule précédente.

La largeur du palier $M_L M_G$ est : $h_G - h_L = \Delta h_{\text{vap}}(T_0)$, enthalpie massique de vaporisation à la température T_0 .

5.3 Le diagramme $(\ln P, h)$ ou diagramme des frigoristes

Le diagramme des frigoristes pour l'eau est représenté sur la figure 2

Le point critique de l'eau a pour coordonnées : $(P_C, h_C) = (220,89 \text{ bar}, 2,08 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1})$; de plus $T_C = 374,14 \text{ °C}$ et $v_C = 3,155 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. La courbe d'ébullition est en gris et la courbe de rosée en noir.

On observe les différents réseaux de courbes :

Les **isobares** sont des droites horizontales : on lit la pression sur l'axe des ordonnées. Remarquer que cet axe porte des graduations non équidistantes (échelle logarithmique).

Les **isenthalpes** sont des droites verticales : on lit l'enthalpie massique sur l'axe des abscisses (graduations les plus basses).

Les **isothermes** sont des courbes quasi-verticales dans la zone L, des courbes décroissantes dans la zone G et des segments de droite horizontaux dans la zone L+G. Elles sont représentées en gris sur la figure 2 (la partie rectiligne des isothermes n'est pas tracée pour éviter de surcharger la figure). La valeur en degrés Celsius de la température est indiquée à chaque extrémité du palier horizontal (chiffres en gris), ainsi qu'en bas à droite de la figure pour certaines isothermes. On constate que l'isotherme $T = 100^{\circ}\text{C}$ présente un palier horizontal à la pression $P = 1$ bar.

Remarques

A/ On remarque sur la figure 2 que les isothermes sont quasiment des droites verticales :

- dans la zone G, aux faibles pressions,
- dans la zone L pour des pressions faibles ou moyennes.

Les températures sont en °C, les entropies massiques en $\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\text{kg}^{-1}$ et les volumes massiques en m^3kg^{-1} .

Ces constatations s'interprètent en faisant référence aux modèles du gaz parfait et du liquide incompressible et indilatable. Pour un gaz parfait, l'enthalpie est fonction uniquement de la température (deuxième loi de Joule). Il en est de même pour le liquide incompressible et indilatable. Alors une courbe isotherme est aussi une courbe isenthalpe, c'est-à-dire une droite verticale. On constate ainsi sur le diagramme que :

- la vapeur d'eau se comporte approximativement comme un gaz parfait aux faibles pressions,
- l'eau liquide se comporte approximativement comme un liquide incompressible et indilatable aux pressions faibles et moyennes.

Les **isochores** sont des courbes croissantes avec une rupture de pente lorsqu'elles coupent la courbe de rosée. Elles sont représentées en tireté noir. La valeur du volume massique en m^3kg^{-1} est indiquée à l'extrémité droite de l'isochore.

Les **isentropes** sont des courbes sans rupture de pente à la limite de la zone L+G. Elles sont représentées en trait continu noir et la valeur de l'entropie massique en $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ est indiquée en bas de la figure et/ou à l'extrémité supérieure de la courbe.

B/ Dans la zone L, pour des pressions faibles ou moyennes, les isentropes sont quasiment des droites verticales. Ceci correspond au modèle du liquide indilatable et incompressible pour lequel : $h = c(T - T_0) + h_0$ (où T_0 et h_0 sont des constantes) et

$$s = c \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + s_0 \quad (\text{où } s_0 \text{ est une constante) donc } s = c \ln\left(\frac{h - h_0 + cT_0}{cT_0}\right) + s_0$$

de sorte que l'entropie massique s est constante si et seulement si l'enthalpie massique h est constante. Les **isotitres** sont représentées en pointillés noirs dans la zone L+G. La valeur du titre x en vapeur est lisible pour chaque courbe au bas du diagramme.

La figure 3 rappelle l'allure des différentes courbes qu'il faut savoir reconnaître sur le diagramme de n'importe quel fluide.

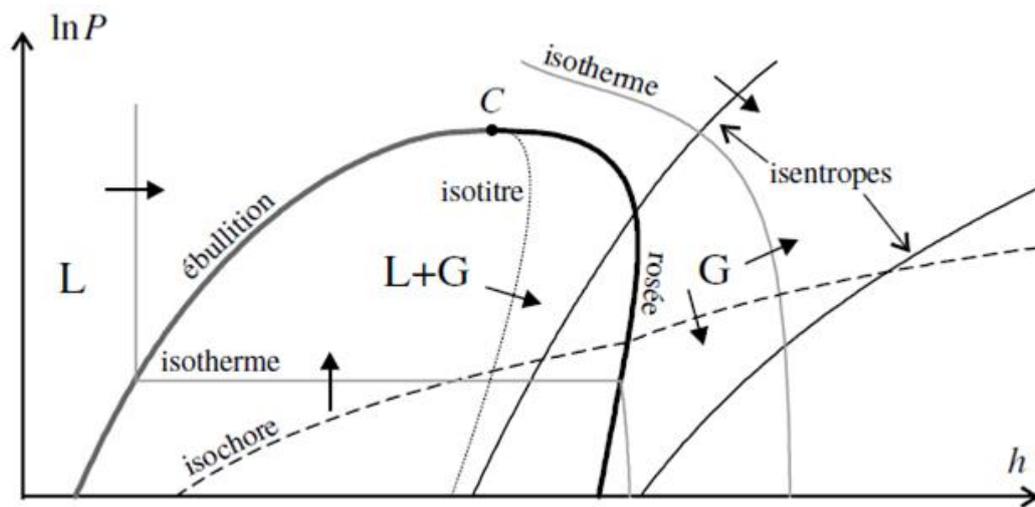


Figure 3 – Courbes du diagramme $(\ln P, h)$. Les flèches indiquent la direction dans laquelle la grandeur constante sur la courbe augmente.

5.4 Application des deux principes à l'aide du diagramme

Le diagramme est une table des propriétés thermodynamiques d'un fluide réel.

Après avoir placé les points représentant l'état initial et l'état final d'une transformation, on peut lire sur le diagramme les valeurs de toutes les grandeurs thermodynamiques intensives du fluide dans ces deux états et calculer :

- la variation d'énergie interne ΔU et la variation d'entropie ΔS si on applique les principes à un système fermé contenant une masse m de fluide,
- la variation d'enthalpie massique Δh et la variation d'entropie massique Δs si on applique les principes à un système ouvert en régime stationnaire.

Les valeurs ainsi calculées sont bien plus fiables que les résultats que l'on obtient en utilisant les modèles idéalisés du gaz parfait ou du liquide incompressible et indilatable.

De plus les échanges d'énergie (travail et transfert thermiques) sont visualisés sur le diagramme $(\ln P, h)$. En effet, si l'on place les points A et B correspondant respectivement à l'état du fluide à l'entrée et à la sortie d'un système ouvert, la somme du travail massique utile w_u et du transfert thermique massique q reçus par le fluide lors de son passage à travers le système est égale au déplacement horizontal algébrique sur le diagramme (P, h) entre A et B (voir figure 4) puisque :

$$h_B - h_A = \Delta h = w_u + q,$$

d'après le premier principe pour un système ouvert en régime stationnaire. Le fluide reçoit de l'énergie (resp. en cède) si son point représentatif se déplace vers la droite (resp. la gauche) sur le diagramme (P, h) .

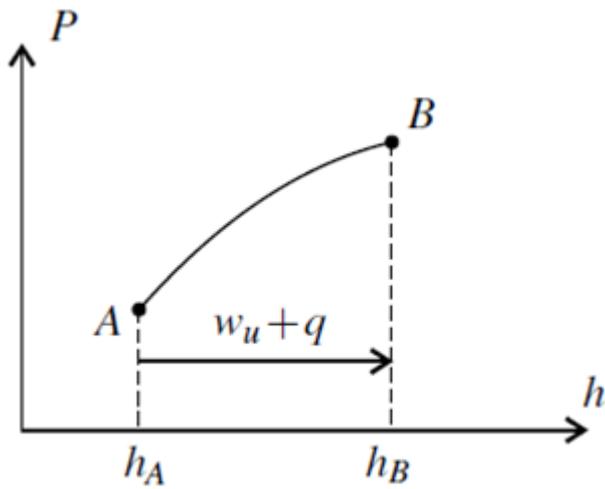


Figure 4 – Visualisation des échanges énergétiques en diagramme (P,h) .

6- Exemples d'application des principes de la thermodynamique pour un système ouvert

Utilisation des deux principes pour un système ouvert en régime stationnaire pour étudier une machine thermodynamique fournissant du travail et une machine thermodynamique produisant du froid. On utilisera les diagrammes $(\ln P, h)$ pour la quantification.

6.1 Application 1 : étude du circuit d'eau d'une centrale électrique thermique

La plupart des centrales électriques fonctionnent avec un circuit dans lequel de l'eau subit des transformations entre l'état liquide et l'état gazeux permettant de transformer un transfert thermique, provenant de la combustion du charbon ou du réacteur nucléaire, en travail mécanique. Ce travail mécanique est transformé par un alternateur en énergie électrique.

a) Le cycle de Rankine

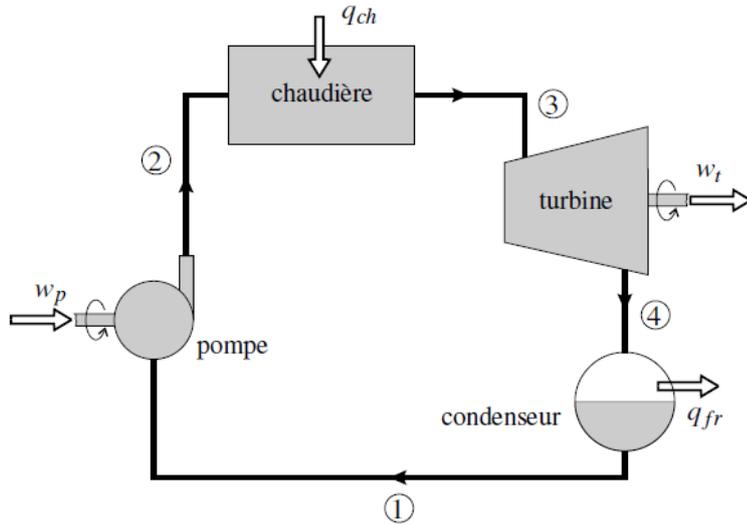


Figure 5 – Schéma de principe du circuit d'eau d'une centrale électrique thermique. Les flèches indiquent le sens réel des échanges d'énergie.

Le schéma de principe d'un circuit de fluide produisant du travail à partir d'énergie thermique est représenté sur la figure 5. Le fluide circule en régime stationnaire dans la machine et passe par quatre états successifs :

- état 1 : le fluide sort du condenseur à l'état liquide saturant à la température T_1 et la pression $P_1 = P_{\text{sat}}(T_1)$, pression de vapeur saturante à la température T_1 ;
- transformation 1– 2 : dans la pompe le liquide subit une compression adiabatique et réversible;
- état 2 : le fluide est à l'état liquide à la pression $P_2 > P_1$ et à une température $T_2 \approx T_1$;
- transformation 2– 3 : dans la chaudière le fluide reçoit du transfert thermique à pression constante, il monte en température, est totalement transformé en vapeur et monte encore en température ;
- état 3 : le fluide est à l'état de vapeur sèche à la température $T_3 > T_2$ et à la pression $P_3 = P_2$;
- transformation 3– 4 : dans la turbine le liquide subit une détente adiabatique et réversible;
- état 4 : le fluide est à l'état de mélange liquide– vapeur de titre massique en vapeur x_4 , à température $T_4 = T_1$ et à la pression $P_4 = P_1 = P_{\text{sat}}(T_1)$;
- transformation 4– 1 : dans le condenseur la vapeur se condense totalement de manière isobare et isotherme.

Ce cycle de transformation est appelé **cycle de Rankine**.

Les échanges d'énergie entre le fluide et l'extérieur au cours du cycle sont les suivants :

- dans la pompe le fluide reçoit du travail, on appelle w_p le travail massique correspondant, $w_p > 0$;

- dans la chaudière le fluide reçoit du transfert thermique d'un thermostat « chaud » de température T_{ch} , on appelle q_{ch} le transfert thermique massique correspondant, $q_{ch} > 0$;
- dans la turbine le fluide cède du travail, on appelle w_t le travail massique correspondant, $w_t < 0$;
- dans le condenseur le fluide cède du transfert thermique à un thermostat « froid » de température T_{fr} , on appelle q_{fr} le transfert thermique massique correspondant, $q_{fr} < 0$.

b) Application des deux principes

Chacun des éléments est un système ouvert en régime stationnaire auquel on peut appliquer les deux principes de la thermodynamique.

Il est légitime de négliger les variations d'énergie cinétique Δe_c et d'énergie potentielle Δe_p . En effet les énergies massiques mises en jeu sont de l'ordre de $1000 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. Or, si la vitesse passe de 10 à

$$40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad \Delta e_c = \frac{1}{2} (40^2 - 10^2) = 750 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \text{ seulement.}$$

De même, l'énergie potentielle extérieure est l'énergie potentielle de pesanteur et

$$\Delta e_{p,\text{poids}} = g \Delta z \text{ vaut } 1 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \text{ pour } \Delta z = \frac{1000}{9.8} = 102 \text{ m}$$

Le premier principe pour un système ouvert s'écrit, si l'on note h_i l'enthalpie massique du fluide dans l'état i :

- pour la pompe : $h_2 - h_1 = w_p$;
- pour la chaudière : $h_3 - h_2 = q_{ch}$;
- pour la turbine : $h_4 - h_3 = w_t$;
- pour le condenseur : $h_1 - h_4 = q_{fr}$.

En faisant la somme de ces équations on trouve :

$$w_p + w_t + q_{ch} + q_{fr} = 0.$$

Le second principe pour un système ouvert s'écrit, si l'on note s_i l'enthalpie massique du fluide dans l'état i :

- pour la pompe : $s_2 - s_1 = 0$ car il n'y a ni échange d'entropie (la transformation est adiabatique), ni création d'entropie (elle est réversible) ;

- pour la chaudière : $s_3 - s_2 = \frac{q_{ch}}{T_{ch}} + s_{\text{créée},c}$ en notant $s_{\text{créée},c}$ l'entropie créée par unité de masse dans la chaudière ;

- pour la turbine : $s_4 - s_3 = 0$ comme pour la pompe ;

- pour le condenseur : $s_1 - s_4 = \frac{q_{fr}}{T_{fr}} + s_{créée,f}$ en notant $s_{créée,f}$ l'entropie créée par unité de masse

dans le condenseur.

En faisant la somme de ces équations on trouve :

$$\frac{q_{ch}}{T_{ch}} + \frac{q_{fr}}{T_{fr}} + s_{créée,c} + s_{créée,f} = 0$$

c) Rendement

D'une manière générale le rendement est le rapport entre l'énergie utile et l'énergie coûteuse.

Dans le cas présent, l'énergie utile est le travail fourni par la machine $|w_t| - w_p$. Dans une centrale électrique la turbine fait tourner un alternateur grâce auquel ce travail est converti en énergie électrique.

L'énergie coûteuse est le transfert thermique q_{ch} . Dans une centrale électrique, le fluide à l'intérieur de la chaudière est en contact thermique soit avec les gaz chauffés par la combustion du charbon soit avec l'eau pressurisée du circuit primaire dans le cas d'une centrale nucléaire (cette eau est elle-même chauffée par un transfert thermique provenant du réacteur nucléaire).

Le rendement est ainsi :

$$\rho = \frac{-w_t - w_p}{q_{ch}}$$

On obtient l'expression :

$$\rho = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}} - \frac{T_{fr}(s_{créée,c} + s_{créée,f})}{q_{ch}}$$

Les entropies créées étant positives, ce rendement est inférieur au rendement de Carnot

$$\rho_C = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}$$

d) Représentation du cycle de Rankine dans le diagramme $(\ln P, h)$

L'allure du cycle de Rankine dans le diagramme $(\ln P, h)$ est donnée sur la figure 22.14.

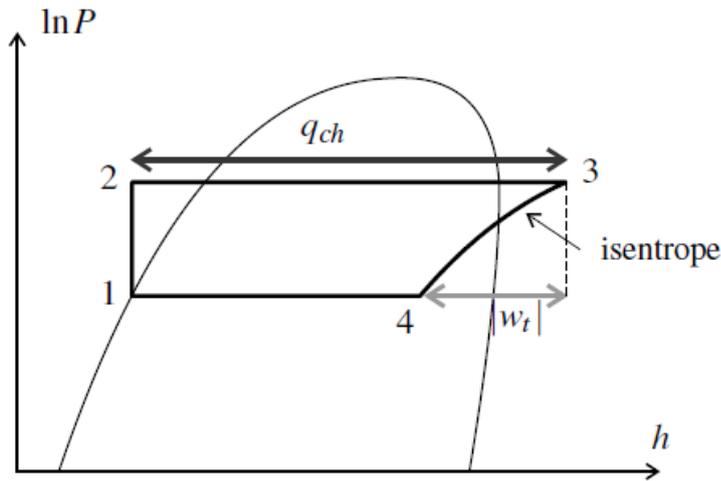


Figure 6 – Cycle de Rankine dans le diagramme $(\ln P, h)$.

Le point 1 est sur la courbe d'ébullition (liquide saturant).

La transformation 1– 2 suit une isentropique, qui est, dans la zone du liquide, très proche d'une droite verticale. De plus, la pression augmentant dans la pompe, le point 2 est au-dessus du point 1).

La transformation 2– 3 est isobare donc suit une droite horizontale et amène le fluide dans la zone G du gaz.

La transformation 3– 4 suit une isentropique (vers le bas puisque la pression diminue) et amène le fluide dans la zone L+G.

La transformation 4– 1 est isobare donc suit une droite horizontale.

Remarque

Si on assimile l'isentrope 1– 2 à une droite verticale, on aboutit à $w_p = h_2 - h_1 \approx 0$. C'est une approximation valable : on peut démontrer que $h_2 - h_1 = v(P_2 - P_1)$ où v est le volume massique du liquide. Pour l'eau $v \sim 1.10^{-3} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$, et comme $P_2 - P_1 \sim 1.10^7 \text{ Pa}$ dans les centrales actuelles, $h_2 - h_1 \sim 10 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ ce qui est 100 fois moins que les autres variations d'enthalpie mises en jeu. Dans cette approximation :

$$\rho_C = \frac{w_t}{q_{ch}}$$

Les échanges énergétiques apparaissent sur le diagramme (voir figure 6), notamment :

$$|w_t| = h_3 - h_4, w_p = h_2 - h_1 \approx 0 \text{ et } q_{ch} = h_3 - h_2.$$

On a donc sur le diagramme une visualisation du rendement de la machine :

$$\rho = \frac{h_3 - h_4 + h_1 - h_2}{h_3 - h_2} \approx \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_2}$$

e) Exemple de valeurs numériques

On considère le cas du circuit d'une centrale thermique. Le fluide est l'eau dans le diagramme ($\ln P, h$). Le cycle est déterminé par :

- la pression basse : $P_1 = P_4 = 2,0 \cdot 10^4 \text{ Pa}$,
- la pression haute : $P_2 = P_3 = 1,0 \cdot 10^6 \text{ Pa}$,
- la température à la sortie de la chaudière : $T_3 = 613 \text{ K}$

À partir de ces données il est possible de placer sur le diagramme les points correspondant aux états 1 à 4 du fluide. Ceci est fait sur la figure 7.

Une fois les points reportés on trouve par lecture du diagramme les valeurs des paramètres d'états aux différents points du cycle : les températures $T_1 = T_4 \approx 60^\circ\text{C}$, $T_2 \approx T_3$ et la fraction massique de vapeur dans l'état $x_4 \approx 0,72$.

Avec un diagramme imprimé, on doit déterminer ces valeurs par extrapolation entre deux courbes isothermes ou isotitres. Avec un logiciel il suffit de placer la souris sur les points correspondants et de lire la valeur affichée.

On peut aussi déterminer les valeurs des échanges d'énergie :

- le transfert thermique massique reçu dans la chaudière : $q_{ch} = h_3 - h_2 \approx 2600 \text{ kJ kg}^{-1}$ est obtenu en mesurant la longueur du segment 2-3 ;
- le travail massique fourni par le fluide dans la turbine : $|w_t| = |h_4 - h_3| = h_3 - h_4 \approx 920 \text{ kJ kg}^{-1}$ est obtenu en mesurant la différence entre les abscisses des points 3 et 4 ;
- le travail massique reçu par le fluide dans la pompe : $w_p = h_2 - h_1 \approx 15 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ est obtenu en mesurant la différence des abscisses des points 1 et 2 (ce travail est bien négligeable puisque

$$\frac{w_p}{|w_t|} \approx 1.5\%$$

On en déduit le rendement : $\rho \approx \frac{920}{2600} \approx 0.35$ C'est une valeur tout à fait typique pour une centrale thermique. Pour comparaison on peut calculer le rendement de Carnot en supposant la source chaude

à la température $T_{ch} = T_3$ et la source froide à la température $T_{fr} = 288 \text{ K}$ (température de l'eau d'une rivière). On trouve : $\rho_C = 0,53$, valeur supérieure à ρ comme l'impose le second principe.

Enfin, on peut calculer les variations d'entropie :

- entre l'entrée et la sortie de la chaudière : $s_3 - s_2 \approx 5,9 - 0,8 = 5,1 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$,
- entre l'entrée et la sortie du condenseur : $s_1 - s_4 = s_3 - s_2$ car $s_1 = s_2$ et $s_3 = s_4$.

On en déduit la création d'entropie par unité de masse de fluide :

- dans la chaudière : $S_{\text{créée,c}} = s_3 - s_2 - \frac{q_{ch}}{T_{ch}} \approx 0,9 \text{ kJ K}^{-1} \text{kg}^{-1}$
- dans le condenseur : $S_{\text{créée,f}} = s_1 - s_4 - \frac{q_{fr}}{T_{fr}} \approx 0,7 \text{ kJ K}^{-1} \text{kg}^{-1}$

Ces créations d'entropie sont dues à la différence entre la température de la source (T_{ch} ou T_{fr}) et la température du fluide lorsqu'il échange du transfert thermique avec cette source (irréversibilité thermique).

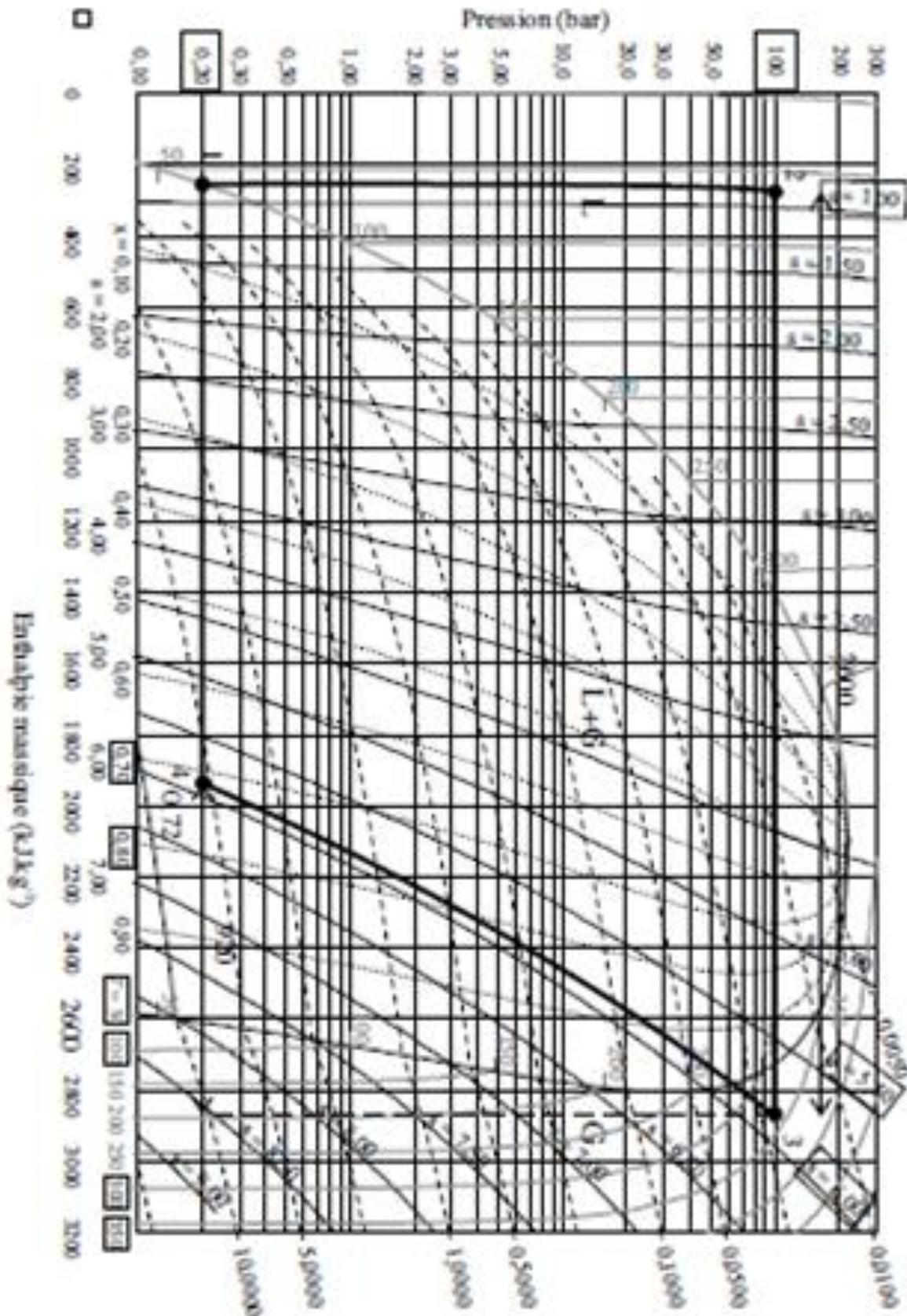


Figure 7 – Diagramme ($\ln P, h$) de l'eau. L'échelle de pression est logarithmique. Les températures sont en °C, les entropies massiques en $\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ et les volumes massiques en $\text{m}^3\cdot\text{kg}^{-1}$.

f) Comment peut-on améliorer le rendement?

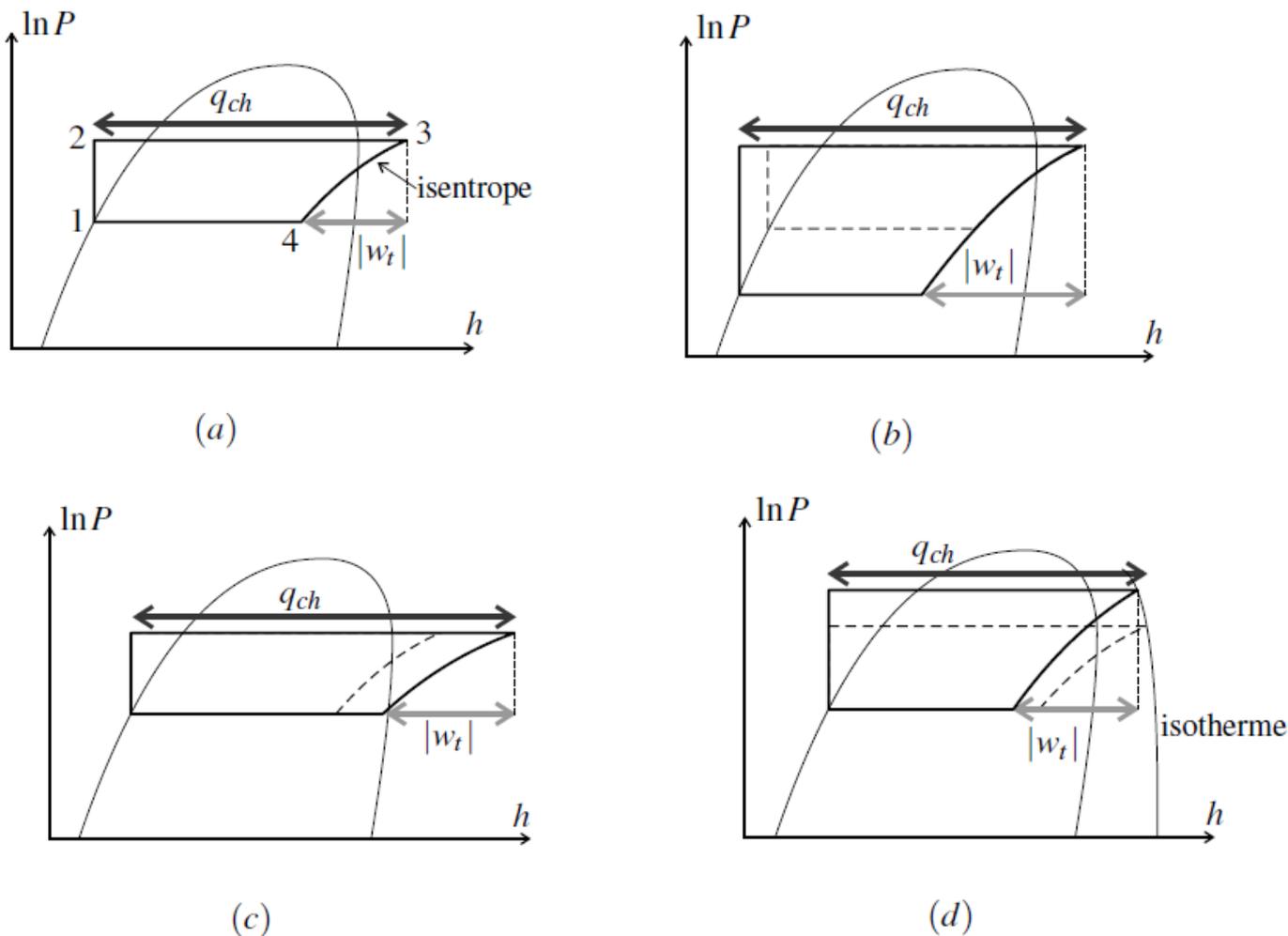


Figure 8 – Effet de la modification de certains paramètres sur le cycle de Rankine.

Effet d'une diminution de la pression dans le condenseur : La figure 8(b) montre l'allure du cycle si l'on abaisse la pression dans le condenseur, la pression dans la chaudière restant la même. On observe que q_{ch} et $|w_t|$ augmentent tous les deux. Le rendement augmente-t-il ?

Sur le diagramme $(\ln P, h)$ de l'eau, la pente de la courbe d'ébullition est voisine de la pente des isentropes du côté de la courbe de rosée (voir figure 2). Ainsi $|w_t|$ et q_{ch} augmentent d'à peu près la même quantité. Comme le rendement est de l'ordre de 0,3– 0,4, il augmente.

En pratique, la pression dans les condenseurs des centrales thermiques est prise aussi basse que possible. Mais plus la pression dans le condenseur est basse, plus la température y est basse puisque P_1 est la pression de vapeur saturante de l'eau à la température T_1 (la pression de vapeur saturante augmente avec la température). Or la température du condenseur ne peut être inférieure à la température de la source froide à laquelle le fluide cède le transfert thermique q_{fr} . En pratique la source froide est le plus souvent une rivière dont l'eau est à 15°C environ ce qui permet d'avoir, par exemple, $T_1 = 25^\circ\text{C}$ donc $P_1 = P_{\text{sat}}(T_1) = 3,2 \cdot 10^3 \text{ Pa}$.

Effet d'une augmentation de la température à la sortie de la chaudière : La figure 8(c) montre l'allure du cycle si l'on augmente la température T_3 . Le point 3 est déplacé vers la droite car l'enthalpie h_3 , fonction croissante de la température, est plus grande. On constate que q_{ch} et $|w_t|$ augmentent tous les deux. Le rendement augmente-t-il ?

On constate sur la figure 2 que l'écart horizontal entre deux isentropes augmente légèrement avec la pression. Ainsi q_{ch} augmente légèrement plus que $|w_t|$. Comme le rendement est de l'ordre de 0,3– 0,4, il augmente.

Il y a un autre avantage à augmenter T_3 . Le fluide sortant de la turbine est un mélange liquide– vapeur, or les gouttelettes de vapeur peuvent endommager la turbine. En augmentant T_3 on déplace le point 4 vers la droite, donc le titre en vapeur x_4 augmente et il y a moins de gouttes de liquide. Cependant on évite d'augmenter trop cette température pour ne pas endommager les aubages de la turbine. Dans la pratique T_3 vaut environ 620 K, ce qui est assez proche de la température critique de l'eau (647 K).

Effet d'une augmentation de la pression dans la chaudière La figure 8(d) montre l'allure du cycle si l'on augmente la pression dans la chaudière. Le point 2 est déplacé vers le haut verticalement, le point 3 est déplacé vers le haut le long de l'isotherme correspondant à la température T_3 . On constate que q_{ch} diminue légèrement et que $|w_t|$ augmente, donc le rendement augmente.

Il y a en revanche un inconvénient : le titre massique en vapeur x_4 diminue, mais on peut l'augmenter en augmentant T_3 . En pratique, la pression dans la chaudière d'une centrale électrique actuelle est de l'ordre de $3 \cdot 10^7$ Pa.

4.2 Application 2 : étude d'une machine frigorifique

a) Le cycle d'une machine frigorifique à évaporation

Le schéma de principe d'une machine frigorifique à évaporation est représenté sur la figure 9. Le fluide circule dans la machine en régime stationnaire et passe par quatre états successifs :

:

- état 1 : le fluide sort de l'évaporateur à l'état de vapeur saturante à la température T_1 et à la pression $P_1 = P_{sat}(T_1)$;

- transformation 1– 2 : dans le compresseur la vapeur subit une compression adiabatique et réversible

;

- état 2 : le fluide est à l'état de vapeur à la pression $P_2 > P_1$ et à une température $T_2 > T_1$;

- transformation 2– 3 : dans le condenseur la vapeur cède du transfert thermique à pression constante, elle baisse en température puis est totalement transformée en liquide ;
- état 3 : le fluide est à l'état de liquide saturant à la température $T_3 < T_2$ et à la pression $P_3 = P_2 = P_{\text{sat}}(T_3)$;
- transformation 3– 4 : dans le détendeur le liquide subit une détente adiabatique irréversible ;
- état 4 : le fluide est à l'état de mélange liquide– vapeur de titre massique en vapeur x_4 , à température $T_4 = T_1$ et à la pression $P_4 = P_1$.
- transformation 4– 1 : dans l'évaporateur, le liquide se transforme en vapeur de manière isobare et isotherme.

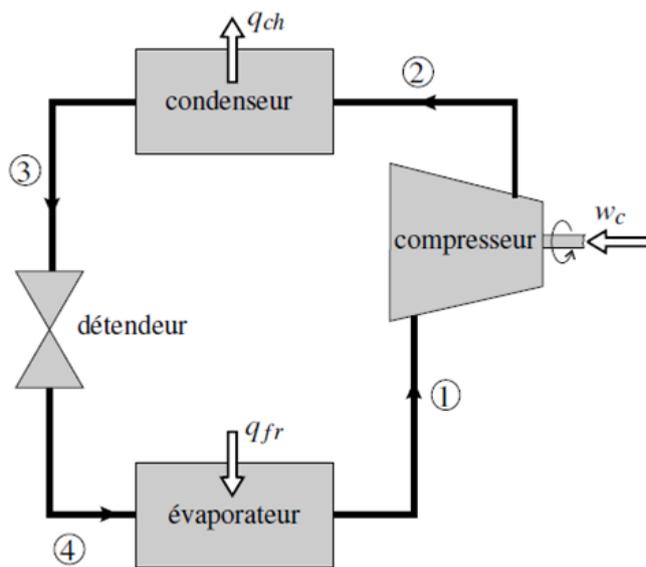


Figure 9 – Schéma de principe d'une machine frigorifique. Les flèches indiquent le sens réel des échanges d'énergie.

Les échanges d'énergie entre le fluide et l'extérieur au cours du cycle sont les suivants :

- dans le compresseur le fluide reçoit du travail, on appelle w_c le travail massique correspondant, $w_c > 0$;
- dans le condenseur le fluide cède du transfert thermique à un thermostat « chaud » de température T_{ch} , on appelle q_{ch} le transfert thermique massique correspondant, $q_{ch} < 0$;
- dans le détendeur le fluide n'échange ni transfert thermique ni travail (il n'y a pas de partie mobile dans cet élément) ;
- dans l'évaporateur le fluide reçoit du transfert thermique d'un thermostat « froid » de température T_{fr} , on appelle q_{fr} le transfert thermique massique correspondant, $q_{fr} > 0$.

b) Application des deux principes

Chacun des éléments est un système ouvert en régime stationnaire auquel on peut appliquer les deux principes de la thermodynamique sous la forme vue plus haut.

De même que pour la machine à vapeur, il est légitime de négliger les variations d'énergie cinétique Δe_c et d'énergie potentielle $\Delta e_{p,poids}$. Le premier principe pour un système ouvert s'écrit :

- pour le compresseur : $h_2 - h_1 = w_c$;
- pour le condenseur : $h_3 - h_2 = q_{ch}$;
- pour le détendeur : $h_4 - h_3 = 0$;
- pour l'évaporateur : $h_1 - h_4 = q_{fr}$.

En faisant la somme de ces équations on trouve :

$$w_c + q_{ch} + q_{fr} = 0.$$

Le second principe pour un système ouvert s'écrit :

- pour le compresseur : $s_2 - s_1 = 0$;
- pour le condenseur : $s_3 - s_2 =$

$$s_3 - s_2 = \frac{q_{ch}}{T_{ch}} + s_{créée,c} \text{ en notant } s_{créée,c} \text{ l'entropie créée par unité de masse dans le condenseur ;}$$

- pour le détendeur : $s_4 - s_3 = s_{créée,d}$, entropie créée dans le détendeur ;

- pour l'évaporateur : $s_1 - s_4 = \frac{q_{fr}}{T_{fr}} + s_{créée,e}$ en notant $s_{créée,e}$ l'entropie créée par unité de masse

dans l'évaporateur.

En faisant la somme de ces équations on trouve :

$$\frac{q_{ch}}{T_{ch}} + \frac{q_{fr}}{T_{fr}} + s_{créée,c} + s_{créée,d} + s_{créée,e} = 0$$

c) Représentation du cycle dans le diagramme $(\ln P, h)$

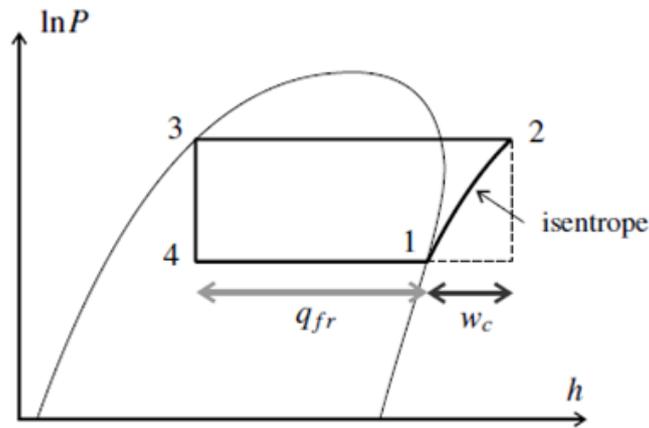


Figure 10 – Cycle de la machine frigorifique dans le diagramme $(\ln P, h)$.

Le cycle est représenté dans le diagramme $(\ln P, h)$ sur la figure 10.

Le point 1 est sur la courbe de rosée (vapeur saturante).

La transformation 1– 2 suit une courbe isentrope.

La transformation 2– 3 est isobare donc suit une droite horizontale et aboutit sur la courbe d'ébullition (liquide saturant).

La transformation 3– 4 suit une isenthalpe, droite verticale.

La transformation 4– 1 est isobare donc suit une droite horizontale.

d) Coefficient d'efficacité COP

Dans le cas d'une machine frigorifique, le but est de prendre du transfert thermique à la source froide. L'énergie utile est donc q_{fr} . L'énergie coûteuse est le travail de compression w_c . On définit le coefficient de performance COP par :

$$COP = \frac{q_{fr}}{w_c}.$$

On obtient l'expression suivante du COP :

$$COP = \left(\frac{T_{ch}}{T_{fr}} - 1 + \frac{T_{ch}}{q_{fr}} (s_{créée,c} + s_{créée,d} + s_{créée,e}) \right)^{-1}.$$

Le COP est inférieur à la valeur qu'il a pour un cycle réversible ou cycle de Carnot:

$$COP_C = \frac{T_{fr}}{T_{ch} - T_{fr}}$$

Le diagramme $(\ln P, h)$ donne une visualisation du COP.

En effet : $w_c = h_2 - h_1$ et $q_{fr} = h_1 - h_4$ (voir figure 10).

e) Exemple

Le fluide réfrigérant est le R-134a dont le diagramme est donné par la figure 11.

On choisit $T_1 = 253$ K, donc $P_1 = P_4 = P_{sat}(T_1) = 1,3$ bar d'après les tables.

On choisit aussi $P_2 = P_3 = 8$ bar donc $T_3 = 304$ K.

En plaçant les points 1 à 4 sur le diagramme de la figure 11 (pour cela il faut tracer l'isentrope 1-2 par analogie avec les isentropes les plus proches), on constate que

$$x_4 \approx 0,32.$$

On peut alors mesurer sur le diagramme :

$$q_{fr} \approx 141 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ et } w_c \approx 38,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1},$$

ce qui permet de calculer le coefficient d'efficacité : $\text{COP} \approx 3,7$. C'est une valeur typique pour un réfrigérateur.

En prenant $T_{ch} = 298$ K et $T_{fr} = 255$ K on calcule un coefficient d'efficacité de Carnot :

$\text{COP}_C = 5,9$ qui est bien supérieur au COP.

On peut aussi calculer les créations d'entropie :

- dans le condenseur : on lit sur le diagramme $s_3 - s_2 \approx 1,15 - 1,74 = 0,59 \text{ kJ K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$;

on en déduit : $s_{créée,c} = s_3 - s_2 - \frac{q_{ch}}{T_{ch}} = s_3 - s_2 + \frac{q_{fr} + w_c}{T_{ch}} \approx 0$

- dans le détendeur : $s_{créée,d} = s_4 - s_3 \approx 1,18 - 1,15 = 0,03 \text{ kJ K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$;

- dans l'évaporateur : $s_{créée,e} = s_1 - s_4 - \frac{q_{fr}}{T_{fr}} \approx 1,74 - 1,18 - \frac{141}{255} \approx 0$

La principale source d'irréversibilité est donc le détendeur. L'entropie créée serait plus faible (et le COP plus important) si on remplaçait le détendeur par une turbine isentropique mais cela n'est pas rentable compte tenu du supplément de coût que cela entraînerait.

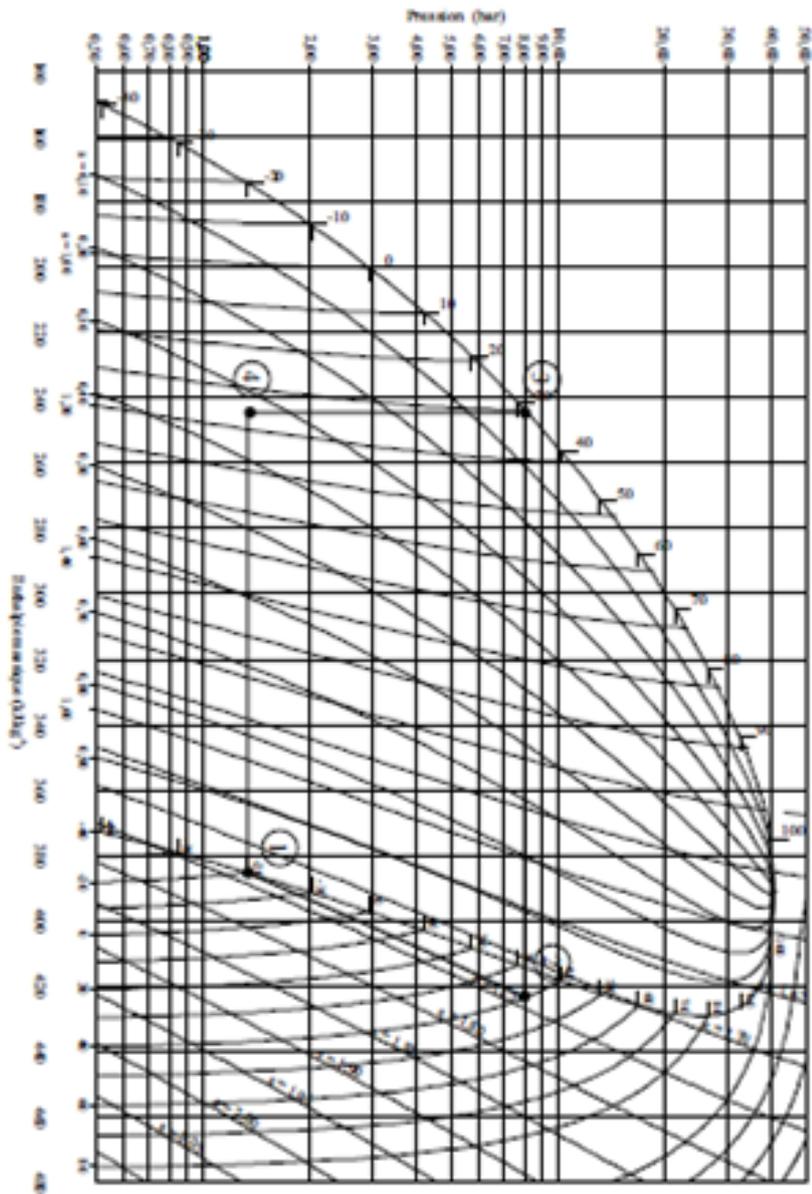


Figure 11 – Diagramme (lnP,h) du fluide réfrigérant R-134a. Les températures sont en degrés celsius et les entropies massiques en $\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$